

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

**Etapa locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a XII-a**

## 1. Feladat (7 pont)

Határozzátok meg az  $a$  és  $b$  valós számokat úgy, hogy az  $F: (-\frac{2}{3}, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $F(x) = (ax + b) \sqrt{3x + 2}$  egy primitív függvénye legyen az  $f: (-\frac{2}{3}, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{3x + 2}$  függvénynek.

## 2. Feladat (7 pont)

Számítsátok ki:

a)  $\int \sqrt{x^2 - 1} dx, x > 1$  ;

b)  $\int \frac{x^6 + 1}{x^2 + 1} dx, x \in \mathbf{R}$  ;

c)  $\int e^x \sin x dx, x \in \mathbf{R}$  ;

## 3. Feladat (7 pont)

A  $G = (-3, 3)$  halmazon értelmezzük az  $x * y = \frac{9x + 9y}{9 + xy}$  műveletet.

a) Igazoljátok, hogy  $(G, *)$  egy Abel -csoport.

b) Igazoljátok, hogy az  $f: G \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{6} \ln \left( \frac{3+x}{3-x} \right)$  függvény egy izomorfizmus a  $(G, *)$  és  $(\mathbf{R}, +)$  csoportok között.

## 4. Feladat (7 pont)

A  $G = (1, +\infty)$  halmazon értelmezzük az  $x \circ y = 1 + \log_3 x + \log_3 y$  műveletet.

a) Igazoljátok, hogy  $x \circ y \in G$ , bármely  $x, y \in G$ .

b) Oldjátok meg következő egyenletet:  $3^x \circ 9^{2x} = 2019$ .

c) Számítsátok ki:  $S = (3^1 \circ 3^2) + (3^3 \circ 3^4) + (3^5 \circ 3^6) + \dots + (3^{2017} \circ 3^{2018})$ .

**Megjegyzés:** Munkaidő 3 óra.

Minden feladat kötelező.